# Chapter2-1：位置、位移與速度

## 零、命題雷達

| | |
|---|---|
| 出題量 | 占運動學候選題庫約 18% |
| 難度結構 | 易 10%・中 65%・難 25% |
| 偏好學校 | 中一中、彰中、南一中數資班明顯偏多 |
| 考型 | (1) 位移／路徑長與平均速度／速率的定義與計算<br>(2) $x$-$t$、$v$-$t$ 圖判讀（含斜率、有向面積）<br>(3) 相對速度與一維相遇追及問題 |

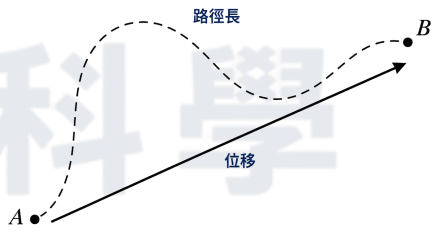
## 一、觀念講解

### (一) 位置、位移與速度

物體在某時刻所在的地方稱為**位置**；物體從一個位置移動到另一個位置，連接起點與終點畫出的箭頭（向量）稱為**位移**——位移只在乎「起點到終點」，不管中間繞了多遠的路。物體實際走過的軌跡長度，才是**路徑長**。

例子：繞操場跑一圈回到起點，位移是 0，但路徑長是 400 公尺——這很常考！

- **位移 $\Delta x$：** 向量，只看起點到終點的直線距離與方向，可以是 0。
- **路徑長 $S$：** 純量，實際走過的軌跡總長，恆大於等於零。




**【注意】：$\Delta$ 的定義：末狀態 − 初狀態，不是「大減小」！**

位移 $\Delta x = x_{末} - x_{初}$——如果末位置比初位置小（往負方向移動），$\Delta x$ 就是負的，這不是算錯，是物理上「方向」的表現。之後每一個 $\Delta$ 都遵守同一個規則，這是判斷正負號最終極的依據，不要再用「大減小」的直覺去湊答案。

激點科學 Leviax Lab | 試閱版

有了「位移」，就能定義**速度**：位移除以時間，是向量；與之對應的**速率**是路徑長除以時間，是純量。但無論位移或路徑長，日常談的「快慢」幾乎都是對一段時間的**平均**而言，真正描述「這一瞬間有多快」的是**瞬時速度**。

| 物理量 | 記號 | 定義式 | 說明 | 向量/純量 |
|---|---|---|---|---|
| **平均速度** | $\overline{v}$ | $\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ | 位移 ÷ 時間 | 向量 |
| **平均速率** | $\overline{s}$ | $\overline{s}=\frac{S}{\Delta t}$ | 路徑長 ÷ 時間 | 純量 |
| **瞬時速度** | $v$ | $v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}$ | 某瞬間的速度 | 向量 |

**【注意】：瞬時速度就是 $x$-$t$ 圖上的切線斜率！**

把「平均速度」想成兩點連線的斜率，再讓兩點無限靠近：

**Step 1. 取兩個時刻：**$t$ 與 $t+\Delta t$，對應位置 $x(t)$ 與 $x(t+\Delta t)$。

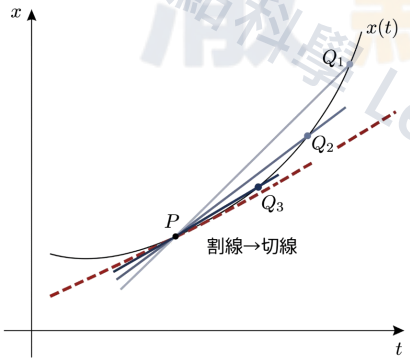
**Step 2. 算平均速度：**這段時間內的平均速度 $\overline{v}=\dfrac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$，幾何上就是 $x$-$t$ 圖上這兩點連線（割線）的斜率。

**Step 3. 讓 $\Delta t\to 0$：**割線收斂成 $t$ 點的切線，斜率收斂成瞬時速度 $v=\dfrac{dx}{dt}$。

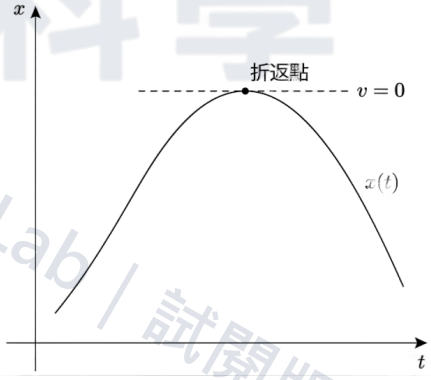
**$x$-$t$ 圖越陡（斜率絕對值越大），瞬時速度越快；斜率為負，代表往負方向運動。**

**【注意】：折返的瞬間，切線水平！**

當 $v=\dfrac{dx}{dt}=0$，代表 $x$-$t$ 圖在該點的切線水平，且存在極大、極小值時，物理上就是物體「改變方向、往回走」的那一刻。




▲ 割線慢慢收斂成切線的過程




▲ 斜率 $=0$、極大、極小值為折返點

微點科學 Leviax Lab | 試閱版

**【注意】：$v$-$t$ 圖下的面積就是位移！**

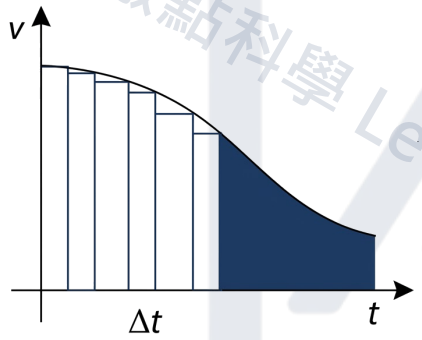
把時間切成無數個極短的小段 $\Delta t$，每一小段內速度幾乎不變，這段時間走的位移約為 $v \cdot \Delta t$——這正是 $v$-$t$ 圖上一個瘦長矩形的面積。把所有小矩形加總、再讓 $\Delta t \to 0$，總和就變成積分：

**Step 1. 切小段：**把 $[t_1, t_2]$ 切成很多段 $\Delta t$，第 $i$ 段的位移約為 $v_i \Delta t$（瘦長矩形）。

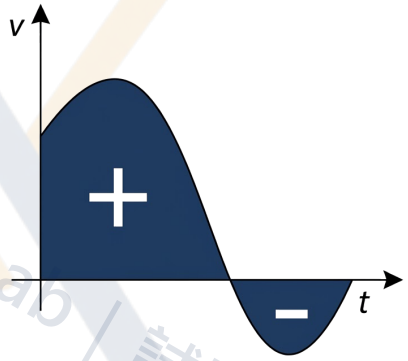
**Step 2. 加總：**總位移 $\Delta x \approx \sum_i v_i \Delta t$，就是這些矩形面積的總和。

**Step 3. 取極限：**當 $\Delta t \to 0$，求和變成積分：$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$，也就是 $v$-$t$ 圖上「曲線與時間軸之間夾出的**有向面積**」。

**一句話理解：$x$-$t$ 圖的斜率是 $v$；$v$-$t$ 圖的面積是位移，因微分與積分互為反運算。**




▲ $v$-$t$ 圖下的面積為位移




▲ 正負面積在 $v$-$t$ 圖中的意義

**【注意】：時間軸下方的面積代表的位移為負值！**

若運動時 $v$-$t$ 圖跨越時間軸，必須把圖形切分為「時間軸上方」與「時間軸下方」。我們假設 $A_{上}$ 為軸上方圖形的面積（正值），$A_{下}$ 為軸下方圖形的面積（負值）：

| 目標物理量 | 物理意義 | 圖面積計算方式 | 微積分寫法 |
|---|---|---|---|
| **總位移 $\Delta x$** | 考慮方向，正負位移會抵銷 | $\Delta x = A_{上} - A_{下}$ | $\int_{t_1}^{t_2} v\, dt$ |
| **總路徑長** | 不管方向，凡走過必留下痕跡 | 路徑長 $= A_{上} + A_{下}$ | $\int_{t_1}^{t_2} \lvert v \rvert\, dt$ |

**避坑指南：**算位移要「相減」，算路徑長要「全加」！如果直接把全部面積取絕對值加起來，算出來的其實是**路徑長**。

激點科學 Leviax Lab | 試閱版

**觀念題** 〔自編・易〕

(1) 一位跑者沿周長 400 公尺的操場跑了整整一圈，回到出發點。位移量值是_____；路徑長是_____。

(2) 小華先往東走 10 公尺，又往西走 4 公尺。這段路程的位移(含方向)是_____；路徑長是_____。

(3) 判斷對錯：「位移的量值一定小於等於路徑長。」_____

**觀念題** 〔自編・中〕

一質點在直線軌道上運動，其位置 $x$ 與時間 $t$ 的關係式為 $x(t) = t^2 - 4t + 3$（$x$ 單位為公尺，$t$ 單位為秒）。請問在 $t = 0$ 到 $t = 5$ 秒的期間，該質點的「平均速度大小」與「平均速率」分別為多少 $\mathrm{m/s}$？

### (二) 相對位置與相對速度

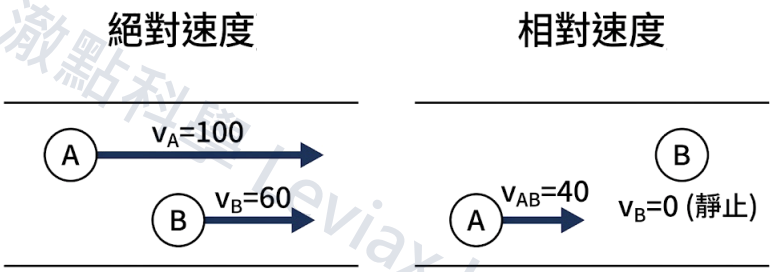
日常生活中，「快慢」常常是相對的：坐在時速 300 公里的高鐵上，看窗外同向行駛、時速 100 公里的區間車，會覺得它以 200 公里的時速「往後退」——這就是**相對速度**的直覺。在物理上，處理追及或相遇問題時，若能「轉換參考點（把其中一人當作靜止）」，問題往往會瞬間降維變簡單。

| 目標物理量 | 定義式（$B$ 看 $A$） | 核心概念 |
|---|---|---|
| **相對位置** $x_{AB}$ | $x_{AB} \equiv x_A - x_B$ | 把 $B$ 當作座標原點，此時 $A$ 所在的位置。 |
| **相對速度** $\vec{v}_{AB}$ | $\vec{v}_{AB} \equiv \vec{v}_A - \vec{v}_B$ | 把 $B$ 視為靜止，觀察 $A$ 接近或遠離的速度。 |

**【注意】：關於相對速度公式的符號與方向！**

公式 $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ 中的 $B$ 是「觀察者」。既然是觀察者，我們就強迫他「歸零」——所以式子裡面要減去 $B$ 的狀態。

**特別注意：**這條公式帶有向量箭頭 $\vec{v}$，代表在直線上運動時，方向退化為**正負號相減**（相向而行時，相減後量值反而會變大）；到了二維平面，這條公式依然成立，只要遵循**向量加減法**（如畢氏定理）即可！




▲ 絕對速度與相對速度示意圖

**【注意】：在一維直線上，向量的方向退化為正負號！**

一維情形下 $\vec{v}_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B$ 可以直接寫成帶正負號的純量 $v_{AB}=v_A-v_B$；但到了平面（下一個子單元「向量與相對運動」），這條式子完全不需要修改，只是 $v_A, v_B$ 要換成向量、用向量減法（而不是正負號）去合成。**你現在學的其實已經是最一般的公式，只是先在最簡單的一維情境練習。**

| | 一維（純量，帶正負號） | 一般情形（向量） |
|---|---|---|
| 相對位置 | $x_{AB}=x_A-x_B$ | $\vec{r}_{AB}=\vec{r}_A-\vec{r}_B$ |
| 相對速度 | $v_{AB}=v_A-v_B$ | $\vec{v}_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B$ |
| 方向的表示 | 正負號 | 向量的方向（角度） |
| 適用範圍 | 只能處理同一直線上的運動 | 可推廣到平面、立體的任意運動 |

**觀念題** 〔自編・易〕

(1) 判斷對錯：「甲車以 20 m/s、乙車以 15 m/s 同方向行駛，甲相對乙的速度量值是 35 m/s。」＿＿＿＿

(2) 判斷對錯：「兩車以 20 m/s、15 m/s 相向而行，甲相對乙的速度量值是 5 m/s。」

＿＿＿＿

(3) 一輛車以 10 m/s 向東行駛，另一輛以 6 m/s 向西行駛，求甲車相對乙車的相對速度（含方向）。

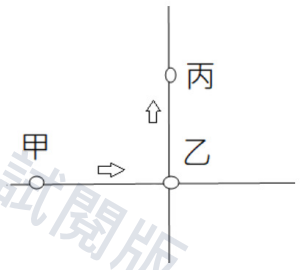
激點科學 Leviax Lab | 試閱版

## 二、題型精講

### (一) 位移與路徑長／平均速度與平均速率的比較

**例題** 〔111 彰中數資・中〕

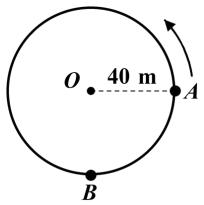
甲、乙、丙三地位置如圖所示，甲、乙位於同一條筆直的道路上，乙、丙位於另一條筆直的道路上，二條馬路互相垂直，甲、乙距離 800 公尺，乙、丙距離 600 公尺。小明騎車沿著道路由甲地出發，以 20 公尺/秒等速率到達乙地，然後改以 15 公尺/秒等速率到達丙地，則下列敘述何者正確？




(A) 全程平均速度大小為 12.5 公尺/秒　(B) 全程平均速度大小為 17.5 公尺/秒
(C) 全程平均速率為 12.5 公尺/秒　(D) 全程平均速率為 17.5 公尺/秒
(E) 若改以公里/小時為單位，則全程平均速率為 63 km/hr

**類題** 〔自編・中〕

小華在半徑 40 m 的圓形跑道上，從 A 點出發沿逆時針方向以固定速率跑步，60 s 後跑了 $\frac{3}{4}$ 圈到達 B 點（如右圖）。下列敘述哪些正確？(取 $\pi = 3$，多選)




(A) 路徑長為 180 m　(B) 位移大小為 80 m
(C) 平均速率為 3 m/s　(D) 平均速度大小為 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ m/s
(E) 若再以相同速率跑回 A 點（共跑一圈），全程的平均速度與平均速率都是 0

激點科學 Leviax Lab｜試閱版

### （二）平均速度與平均速率的計算（含分段／來回運動）

**Step 1. 拆分每一段：**列出每段各自的位移（路徑長）與時間，**不要直接對速度取平均！**

**Step 2. 分別加總：**總位移 $=\sum \Delta x_i$（來回時正負會抵銷）；總路徑長 $=\sum |\Delta x_i|$。

**Step 3. 除以總時間：**平均速度 = 總位移 ÷ 總時間；平均速率 = 總路徑長 ÷ 總時間。

> **【注意】：全程平均速率 $\neq$ 各段速率的算術平均！**
>
> 去程 9.0 m/s、回程 $x$ m/s，很多人直接猜全程平均速率是 $(9.0+x)/2$——這是錯的，因為去、回程花的時間不同，用「距離、時間分別加總」才是正確做法。

**例題** 〔110 彰中數資・中〕

小華參加學校運動競賽，由起點跑到終點，再由終點跑回起點。去程平均速率為 9.0 公尺/秒，全程平均速率為 8.0 公尺/秒，則小華回程的平均速率應為多少公尺/秒？

(A) 7.2　(B) 7.5　(C) 6.8　(D) 6.5　(E) 7.0

**類題** 〔105 中一中科學班・易〕

小明參加學校運動競賽，跑 500 公尺花了 60 秒。起跑後前 4 秒平均速率為 9.0 公尺/秒，抵達終點前 4 秒平均速率為 8.5 公尺/秒，試求小明跑步過程中平均速率約為多少？

(A) 9.0　(B) 8.5　(C) 8.3　(D) 8.0 公尺/秒

澈點科學 Leviax Lab｜試閱版

## (三) $x$-$t$ ／ $v$-$t$ 圖判讀

**Step 1. 認圖：**縱軸是位置還是速度？先確認圖的種類，再談斜率或面積的意義。

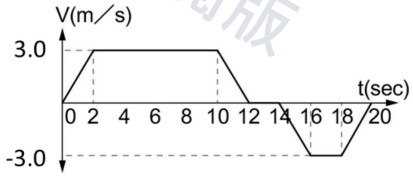
**Step 2. $x$-$t$ 圖讀斜率：**某時刻的瞬時速度 = 該點切線斜率；兩點間的平均速度 = 兩點連線（割線）斜率。

**Step 3. $v$-$t$ 圖讀面積：**某段時間內的位移 = 該段時間內曲線與時間軸夾出的面積。

**Step 4. 判方向：**斜率或速度值為正走正方向、為負走負方向、為零表示靜止。

**例題** 〔109 彰中科學班・易〕

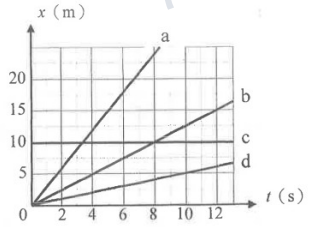
站在電梯內磅秤上秤體重，電梯從 1 樓開始上樓，每層樓高 3 公尺，電梯前 20 秒的 $v$-$t$ 關係圖如圖所示。小明在 12 秒內的平均速度為多少公尺/秒？




(A) 0　(B) 2.5　(C) 3.0　(D) 3.5　(E) 30.0 公尺/秒

**類題** 〔111 南一中科學班・中〕

甲、乙兩物體同時同地同方向開始做等速直線運動，甲的速度大於乙的速度，它們的 $x$-$t$ 圖是圖中 $a, b, c, d$ 四條線中的兩條。當運動 5 秒後，甲、乙間的距離小於 10 公尺，判斷甲、乙各自對應哪一條線。




(A) 甲的 $x$-$t$ 圖一定為 a　(B) 甲的 $x$-$t$ 圖可能為 c
(C) 甲的 $x$-$t$ 圖一定為 b　(D) 乙的 $x$-$t$ 圖可能為 d　(E) 乙的 $x$-$t$ 圖一定為 b。

激點科學 Leviax Lab｜試閱版

### （四）一維相遇追及問題（等速度）

延續教過的相對速度 $v_{AB} = v_A - v_B$，一維相遇追及問題有兩種等價解法：一般的「列位置方程式」法一定管用，換參考點的相對速度法則往往更快，兩種都要會。

**Step 1. 設正方向與共同時間軸：**選一個方向為正，所有物體共用同一個 $t = 0$ 起點。

**Step 2. 寫出各物體的位置函數：**$x_i(t) = x_{i,0} + v_i t$（等速度運動，位置是一次函數）。

**Step 3. 令位置相等：**相遇的條件是 $x_1(t) = x_2(t)$，解出相遇時間 $t^*$。

**Step 4. 檢查合理性：**$t^*$ 必須為正、且在物體實際運動的時間範圍內，否則要重新檢查方向設定或分段討論。

**【注意】：神技：換參考點，用相對速度秒解！**

Step 1–4 的列位置方程式法一定管用，但「相向而行」或「同向追及」這類題，換參考點往往一步到位，不用列聯立：

**Step 1. 定義相對速度：**$v_{AB} = v_A - v_B$（同方向要注意正負號相減，相向而行等於方向相反、相減後量值反而變大）。

**Step 2. 換參考點：**把 $B$ 想像成靜止不動，$A$ 以 $|v_{AB}|$ 的速度接近（或遠離）$B$。

**Step 3. 相對距離 ÷ 相對速度：**相遇（或追上）所需時間 $= \dfrac{\text{兩者目前的距離}}{|v_{AB}|}$。

相向而行時速率相加、同向追及時速率相減，都只是這同一個公式在不同情境下的特例——不需要分別背兩套公式。

**例題** 〔111 中一中數資・難〕

在一條長度為 50 公里的直線道路上有小明、小華及一隻小狗。小明與小華從道路的兩端開始相向前進，小狗在距小明 13 公里的地方開始朝小華方向奔跑。三者皆維持等速率運動：小明 5 km/hr、小華 15 km/hr、小狗 25 km/hr。小狗遇到人時會立刻調頭朝另一人奔跑，直到小明與小華相遇為止，小狗約跑了多少公里？

Leviax Lab | 試閱版

**類題** 〔111 南一中數資一階・中〕

龜兔賽跑進化版，兩隻動物決定用百米賽跑來決定最後的勝利者，先預賽了 10 場，每次兔子都領先烏龜 20 公尺抵達終點。假設兔子與烏龜在比賽中都作等速運動，決賽時兔子做了些讓步，則下列哪些狀況，最後的勝利者不再是兔子？(多選)

(甲) 兔子由起跑線後 20 公尺起跑　(乙) 烏龜由起跑線前 20 公尺起跑
(丙) 兔子由起跑線後 10 公尺且烏龜由起跑線前 10 公尺起跑
(丁) 兔子由起跑線後 4 公尺且烏龜由起跑線前 14 公尺起跑
(戊) 兔子由起跑線後 6 公尺且烏龜由起跑線前 16 公尺起跑

(A) 甲戊　(B) 乙戊　(C) 乙丙　(D) 丙丁　(E) 甲丁

## Chapter 2-1 總練習

1. 〔**自編・易**〕小安從家門口出發，往東走了 300 公尺到便利商店，再往西走了 500 公尺到公車站。請問小安這趟路程的位移（含方向）與路徑長各是多少？

2. 〔**113 中一中科學班・中**〕有一個火車司機從早上開始工作，行車路線固定。若他開車的速率是 40 km/hr，則會在 13:00 到終點；若開車速率是 60 km/hr，則在 11:00 到終點。試問他要在 12:00 到終點，則車速要多少？

   (A) 43 km/hr　(B) 48 km/hr　(C) 50 km/hr　(D) 53 km/hr　(E) 58 km/hr

3. 〔**108 北一女科學班・易**〕新北市警察局在全長 1112 公尺的「萬里隧道」實施「平均速率」科技執法，對於隧道內平均速率超過 70 公里/小時的車輛嚴格取締。車輛行經該隧道至少需要多少秒，才不會被取締？

   (A) 15.88　(B) 19.44　(C) 43.42　(D) 57.19

4. 〔**112 嘉中科學班・中**〕連接台北與宜蘭的雪山隧道全長 12.9 公里，最高速限時速 90 公里、最低速限時速 70 公里。下列關於雪隧的敘述正確的有哪些？(多選)

   (A) 若 A 車通過雪隧的時間為 7 分半鐘，則 A 車一定超速
   (B) 若 B 車通過雪隧的時間為 9 分半鐘，則 B 車一定沒有超速

(C) 分別以最高速限與最低速限等速行駛，通過雪隧的時間差大於 3 分鐘
(D) 若車道中前後兩輛車的車頭間距均為 50 公尺，車流中車隊時速為 90 公里時，單一車道、每小時的車流量約為 1800 輛
(E) 若車道中前後兩輛車的車頭間距均為 100 公尺，車流中車隊時速為 65 公里時，單一車道、每小時的車流量為約 900 輛。

5.〔**113 中一中數資實作・難**〕區間測速架設在隧道頭尾兩端，車頭進入隧道時開始計時、離開時停止計時，計算車子在隧道內的平均速率是否超速。今考慮一長 1 公里的直線型隧道，速限為時速 72 公里（即 20 m/s），則下列哪幾種行駛方式**不會**被判定為超速？(多選)

(A) 前半路程以 30 m/s 行駛，後半路程以 10 m/s 行駛
(B) 前半路程以 40 m/s 行駛，後半路程以 10 m/s 行駛
(C) 以 25 m/s 之速率行駛 30 秒後，隨即改以 15 m/s 之速率行駛至離開隧道
(D) 以 30 m/s 之速率行駛 600 公尺後，隨即改以 15 m/s 之速率行駛至離開隧道

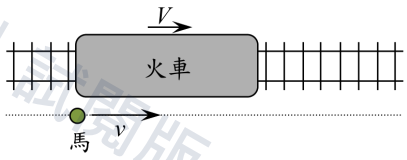
6.〔**109 彰中科學班・中**〕已知時鐘的秒針長度為 10 公分，當秒針從數字「12」走到數字「2」的期間，則秒針尖端的平均速率為平均速度大小的多少倍？

7.〔**114 彰中數資・中**〕阿婷到臺北跨年觀賞 101 大樓施放的煙火，只能在遠處地面觀賞。若當時氣溫 15°C，煙火施放時同時發生閃光及炸裂聲，阿婷看見 500 公尺高的 101 大樓頂端發出閃光後，經過 3.0 秒聽到爆炸聲，則阿婷離 101 大樓的水平距離最接近下列哪個選項？

(A) 700 公尺　(B) 800 公尺　(C) 900 公尺　(D) 1000 公尺　(E) 1200 公尺

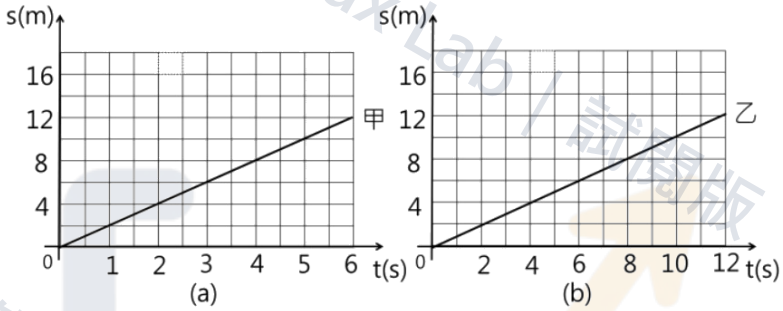
8.〔**113 南一中數資・難**〕相距 3750 m 的甲、乙兩車站之間有一條筆直公路，每隔 2 min 有一輛摩托車由甲站出發，以 20 m/s 的速度勻速開往乙站，抵達乙站後立即掉頭以 10 m/s 的速度勻速開回甲站，這樣往返的車輛共有 48 輛。若在第一輛摩托車開出的同時，有一輛汽車由甲站出發勻速開往乙站，速度為 15 m/s，則汽車抵達乙站前，最後將與從甲站開出的第 _____ 輛摩托車迎面相遇，相遇處距乙站 _____ m。

9.〔**107 北一女科學班・難**〕如圖所示（俯視示意圖），在直線軌道上，有一列等速前進的火車，已知火車（對地）速率為 $V$，長度為 $L$。在軌道旁有一位騎馬的人，由火車的車尾開始趕至車頭，立即以相同的速率、沿相同的直線回到車尾，全程歷時 $T$。若過程中馬（對地）的速率可視為等速率 $v$，則速率 $v$ 為何？



(A) $\frac{L}{T}+\sqrt{\frac{L^2}{T^2}+V^2}$　(B) $\frac{L}{T}-\sqrt{\frac{L^2}{T^2}-V^2}$　(C) $\sqrt{\frac{L^2}{T^2}+V^2}$　(D) $\sqrt{\frac{L^2}{T^2}-V^2}$

10.〔**110 嘉中科學班・中**〕甲車從 M 點、乙車從 N 點同時相向運動，它們的位移大小與時間的關係圖分別如圖 (a)、(b) 所示。當甲、乙相遇時，乙距 M 點 12 公尺，若甲、乙的速度大小分別為 $v_{甲}$、$v_{乙}$，M、N 的距離為 $d$，則下列敘述何者正確？




(A) $v_{甲}>v_{乙}$，$d=18$ 公尺　(B) $v_{甲}>v_{乙}$，$d=36$ 公尺　(C) $v_{甲}>v_{乙}$，$d=12$ 公尺

(D) $v_{甲}<v_{乙}$，$d=36$ 公尺　(E) $v_{甲}<v_{乙}$，$d=18$ 公尺

激點科學 Leviax Lab｜試閱版